EJERCICIOS RESUELTOS DE SELECTIVIDAD DE P.A.U. ANDALUCÍA

IES TRASSIERRA – CÓRDOBA Prof. Francisco Luque Ruiz

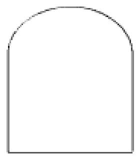
Telf: 957 734900 e-mail: pluque@iestrassierra.com

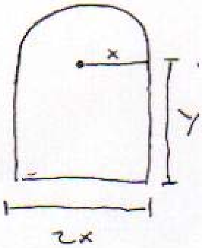
Año: 2001 Modelo: 4 Opción: B Nº: 2, Valor: 2,5 Ptos.

Resuelto por: Alvaro J Garrido Pascual

Enunciado:

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina las dimensiones de una puerta formada por un rectángulo y un semicírculo (como en la figura), sabiendo que es la que tiene perímetro mínimo entre las que tienen área igual a 2 m^2.





$A_t = 2\,m^2$

$\boxed{P = P.\,\text{rectangulo} + P.\,\text{Semicircunferencia}}$

• $P = \pi x + 2x + 2y$

• Debemos calcular la y, para sustituirla y tener una única incognita, lo hacemos apartir de las areas.

$A_{total} = A_{rectangulo} + A_{semicirculo}$

$A_t = 2xy + \dfrac{\pi x^2}{2}$

$2 = 2xy + \dfrac{\pi x^2}{2}$

$y = \dfrac{2}{2x} - \dfrac{\pi x^2}{4x}$; $\boxed{y = \dfrac{4 - \pi x^2}{4x}}$

• Sustituimos en el perimetro

$P = \pi x + 2x + \dfrac{4 - \pi x^2}{2x}$; $\dfrac{2\pi x^2 + 4x^2 + 4 - \pi x^2}{2x}$; $\dfrac{\pi x^2 + 4x^2 + 4}{2x}$;

$\dfrac{7'1415\,x^2 + 4}{2x} = P$

• Derivada

$P' = \dfrac{(2(7'1415)x)(2x) - (7'1415\,x^2 + 4)(2)}{4x^2}$

$P' = \dfrac{28{,}566\,x^2 - 14'283\,x^2 - 8}{4x^2}$; $\boxed{P' = \dfrac{14'283\,x^2 - 8}{4x^2}}$

• Se iguala la derivada a "0"

$P' = 0$

$\frac{14'283x^2 - 8}{4x^2} = 0$; $14'283x^2 = 8$, $x^2 = \sqrt{0'5601} = \pm\ 0'74839$

$\boxed{x_1 = +0'74839}$ → ya que una longitud no puede ser negativa descartamos el resultado negativo

• calculamos la segunda derivada

$$P'' = \frac{(2(14'283)x)(4x^2) - (14'283x^2 - 8)(8x)}{(4x^2)^2}$$

$$\frac{114'264x^3 - 114'264x^3 + 64x}{16x^4}$$

$P'' = \frac{64x}{16x^4}$; $\boxed{P'' = \frac{64}{16x^3}}$

• sustituimos con x_1

$$P''(x_1) = \frac{64}{16(0'74839)^3} = 9'5428$$

$P''(x_1) > 0$ → Por lo que es el mínimo

• El perímetro mínimo sería

$$P(x_1) = \frac{7'1415(0'74839)^2 + 8}{2(0'74839)} = 8'01712$$

• calculamos y sustituyendo

$$y = \frac{4 - \pi x^2}{4x}; \ y = \frac{4 - \pi(0'7839)^2}{4(0'7839)} = \boxed{0'784 = x}$$

Alvero Garrido